

Marlena KWIATKOWSKA*

BADANIE ZMIENNOŚCI W CZASIE PARAMETRÓW POWIETRZA WEWNĘTRZNEGO Z ZASTOSOWANIEM METODY DAEs

W pracy przeprowadzono analizę szeregów czasowych parametrów powietrza wewnętrznego (temperatury, stężenia ditlenku węgla i wilgotności względnej). Jako metodę do liczbowego wyrażania zachodzących zmian wykorzystano modele o strukturze różniczkowej (*ODEs*) i różniczkowo-algebraicznej (*DAEs*). Ze względu na zdecydowanie zróżnicowane tempo zmian parametrów powietrza wewnętrznego, do opisu zachodzących zależności wybrano model (*DAEs*). Potencjalnym obszarem zastosowań prezentowanego modelu jest predykcja parametrów powietrza wewnętrznego, wykonywana w układach automatycznej regulacji.

1. WSTĘP

Równania różniczkowo-algebraiczne, ang. differential-algebraic equations (*DAEs*) stanowią mieszany układ zależności różniczkowych i algebraicznych. Układ równań różniczkowo-algebraicznych zapisany w postaci ogólnej (niejawnej) przedstawia wzór:

$$F(t, z, x, x') = 0 \quad (1)$$

gdzie:

- x : zmienna różniczkowa,
- x' : pochodna zmiennej różniczkowej,
- z : zmienna algebraiczna (w układzie nie występuje jej pochodna),
- t : zmienna niezależna.

* Politechnika Wrocławska, Wydział Inżynierii Środowiska, Katedra Klimatyzacji, Ogrzewnictwa, Gazownictwa i Ochrony Powietrza, ul. Norwida 4/6, 50-373 Wrocław, marlena.kwiatkowska@pwr.edu.pl.

Przy pomocy *DAEs* modelować można wiele zagadnień naukowych i inżynierskich (np. mechanika ciała, kinetyka chemiczna, kontrola procesów chemicznych) [1, 5–7].

Różnorodne korzyści wynikające z użycia modeli komputerowych układów dynamicznych zachęcają do wykorzystania równań różniczkowo-algebraicznych w nowych obszarach. Jednym z nich jest predykcja parametrów powietrza wewnętrznego, stosowana w układach automatycznej regulacji [2, 4]. W tym kontekście należy zwrócić uwagę na definicję powietrza wewnętrznego. W wielu pracach naukowych powietrze wewnętrzne definiowane jest jako swoisty mikroklimat podlegający zmianom zarówno jakościowym, jak i ilościowym [10–12].

Ustalenie wpływu różnych czynników na powietrze wewnętrzne nie jest zadaniem prostym. Analizując szeregi czasowe parametrów powietrza wewnętrznego można jednak uzyskać wspomniane informacje [11]. Wyniki wcześniejszych prac dowodzą, że parametry takie jak: wartość temperatury, stężenie ditlenku węgla i wilgotność względna mogą być uważane za wskaźniki jakości powietrza wewnętrznego [3, 10].

Szereg czasowy jest to ciąg danych liczbowych, w którym każda obserwacja związana jest z konkretnym momentem w czasie. Narzędziem służącym do analizy szeregów czasowych są modele matematyczne:

$$Y(t) = 1, \dots, n, \quad (2)$$

gdzie:

- $1, \dots, n$: przedziały czasu, w których obserwowano wartości pewnej zmiennej,
- $Y(t)$: wyniki obserwacji.

Wyróżnia się dwa rodzaje danych: szeregi rozpatrywane indywidualnie oraz dane powiązane ze sobą. Do analizy danych powiązanych ze sobą warto wykorzystać metodę *DAEs*. Metoda *DAEs* jest bardzo praktyczna, gdyż pozwala na opisanie szerokiej grupy modeli, w których występują zmienne o całkowicie różnym charakterze zmian [6, 9].

Kolejną, szczególnie przydatną w przypadku opisu parametrów powietrza wewnętrznego zaletą metody *DAEs* jest możliwość swobodnego poszerzania założonej struktury modelu o dodatkowe informacje i zależności. Przykładem takich informacji może być uwzględnienie w opisie modelu powszechnie znanych praw fizycznych, jak również warunków pogodowych panujących na zewnątrz budynku [1–2].

Z analizą szeregów czasowych związanych jest wiele metod. Wśród nich wyróżnia się różne metody deterministyczne i stochastyczne [8]. Prognozowanie na podstawie metody *DAEs* jest zagadnieniem nowym i wymaga przeprowadzenia odpowiednich badań oraz opracowania podstawowych elementów teorii [9].

2. PRZEDMIOT I ZAKRES BADAŃ

Celem pracy jest analiza szeregów czasowych parametrów powietrza wewnętrznego. Do analizy danych wykorzystano równania różniczkowe zwyczajne (*ODEs*) oraz różniczkowo-algebraiczne (*DAEs*).

Pomiary temperatury, stężenia ditlenku węgla i wilgotności względnej prowadzono w jednej z sal wykładowych Politechniki Wrocławskiej o wymiarach 14x8 m. Wysokość pomieszczenia wynosiła 4 m (w pierwszych rzędach) i 2,9 m (w ostatnich rzędach). Pomiary prowadzono w trybie ciągłym, przez okres dwóch tygodni. Krok pomiarowy wynosił 30 s. Do badań wykorzystano rejestrator firmy Delta Ohm, typ HD37B17D. Rejestrator usytuowano z przodu sali na wysokości 1,5 m. Pozyskane informacje zapisano w postaci uporządkowanych struktur danych. Do opracowania wyników wykorzystano środowisko MatLab.

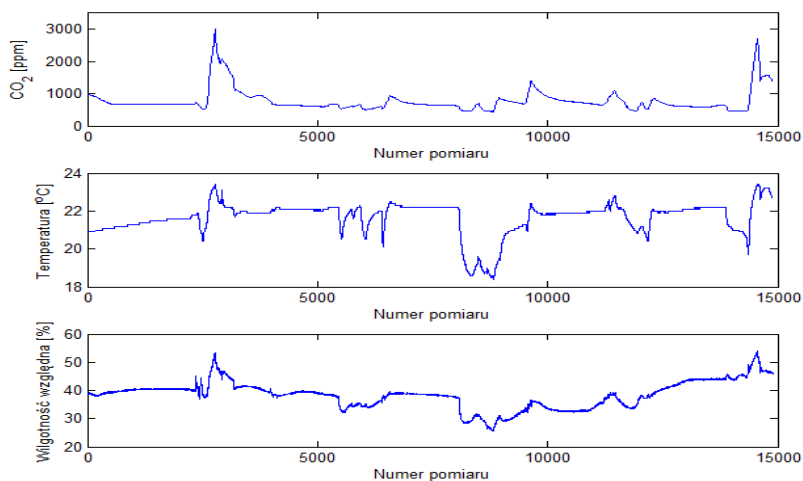
3. WYNIKI BADAŃ

Analizę szeregów czasowych parametrów powietrza wewnętrznego rozpoczęto od sporządzenia wykresu zarejestrowanych parametrów (rys. 1). Na podstawie analizy wykresu danych wyodrębniono charakterystyczne przedziały czasu, dla których wartość stężenia ditlenku węgla rosła lub malała. Wybrane w ten sposób przedziały czasu zrzutowano na pomiary temperatury oraz wilgotności względnej. W oparciu o zaobserwowane zmiany dla każdego z przedziałów, uwzględniając nieznane warunki początkowe zaproponowano model o strukturze równań różniczkowych zwyczajnych:

$$\begin{cases} T'(t_n) = a_1 t_n + a_2 \\ CO_2'(t_n) = b_1 \\ RH'(t_n) = c_1 t_n + c_2. \end{cases} \quad (3)$$

Nieznane warunki początkowe:

$$\begin{aligned} T(0) &= a_0, \\ CO_2(0) &= b_0, \\ RH(0) &= c_0. \end{aligned} \quad (4)$$



Rys. 1. Szeregi czasowe parametrów powietrza wewnętrznego pochodzące z okresu czasu: 14–19.12.2014, sala wykładowa Politechniki Wrocławskiej

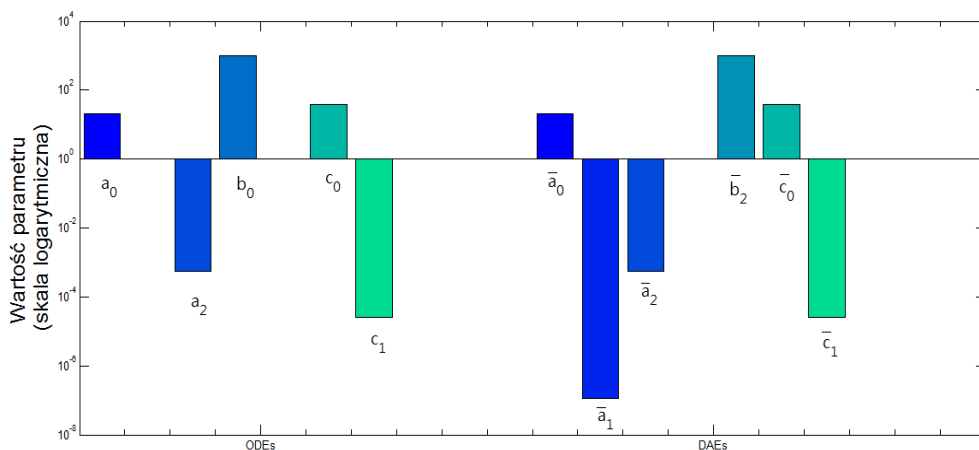
Oznaczenia dla równań (3) i (4):

- $T'(t_n)$: szybkość zmiany temperatury,
- $CO_2'(t_n)$: szybkość zmiany stężenia ditlenku węgla,
- $RH'(t_n)$: szybkość zmiany wartości wilgotności względnej,
- t_n : numer pomiaru w chwili n ,
- a_1, a_2, b_1, c_1, c_2 : nieznane parametry równań.

Wartości parametrów równania (3) z nieznanymi warunkami początkowymi (4) poszukiwano z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów. W wyniku otrzymanego rozwiązania zauważono, że wartości nieznanymi parametrów a_1, a_2, c_1, c_2 są o kilka rzędów wielkości mniejsze, niż wartość parametru b_1 . Biorąc pod uwagę warunki początkowe zaobserwowano także, że w równaniach występują liczby różniące się nawet o kilkanaście rzędów wielkości.

Wykorzystując podobną procedurę postępowania zbudowano model o strukturze różniczkowo-algebraicznej (5) z warunkami początkowymi (6).

$$\begin{cases} T'(t_n) = \bar{a}_1 t_n + \bar{a}_2 \\ RH'(t_n) = \bar{c}_1 t_n + \bar{c}_2 \\ 0 = CO_2(t_n) - \bar{b}_1 t_n - \bar{b}_2. \end{cases} \quad (5)$$



Rys. 2. Graficzne przedstawienie przykładowych wartości estymowanych parametrów dla modeli *ODEs* i *DAEs*

Warunki początkowe:

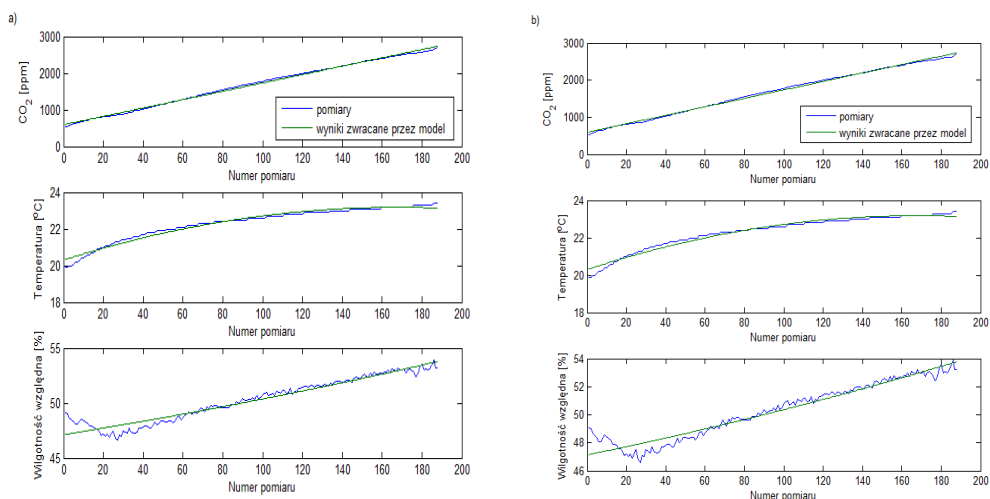
$$\begin{aligned} T(0) &= \bar{a}_0 \\ RH(0) &= \bar{c}_0. \end{aligned} \quad (6)$$

Oznaczenia dla równań (5) i (6):

- $T'(t_n)$: szybkość zmiany temperatury,
- $CO_2(t_n)$: szybkość zmiany stężenia ditlenku węgla,
- $RH'(t_n)$: szybkość zmiany wartości wilgotności względnej,
- t_n : numer pomiaru w chwili n ,
- $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{b}_1, \bar{b}_2, \bar{c}_1, \bar{c}_2$: nieznanne parametry równań.

Podobnie jak w poprzednim przypadku, wartości nieznanymi parametrów równania (5) z warunkami początkowymi (6) poszukiwano z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów. Na podstawie otrzymanych wyników stwierdzono, że wyestymowane parametry równania charakteryzują się podobnym rzędem wielkości, co parametry poszukiwane dla modelu o strukturze równań różniczkowych.

Uwzględniając wartości poszukiwanych parametrów rozwiązano układ równań (3) z warunkami początkowymi (4) oraz układ równań (5) z warunkami początkowymi (6). Wyniki zwracane przez modele odpowiadały zmianom parametrów powietrza wewnętrznego obserwowanym w rzeczywistości. Na podstawie otrzymanych wyników stwierdzono poprawność założonych modeli. W obydwu przypadkach dopasowanie do rzeczywistych pomiarów było podobne, jednak za sprawą przedstawienia w modelu *DAEs* stężenia ditlenku węgla w postaci równania algebraicznego czas potrzebny do wykonania obliczeń uległ skróceniu aż o 20%.



Rys. 3. Dopasowanie modelu: a) *ODEs*, b) *DAEs* do rzeczywistych pomiarów parametrów powietrza wewnętrznego

4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Do liczbowego wyrażania zmian parametrów powietrza wewnętrznego wykorzystano modele o strukturze różniczkowej i różniczkowo-algebraicznej. Wyniki zwracane przez modele wykazywały dobre dopasowanie do rzeczywistych pomiarów parametrów powietrza wewnętrznego. Ze względu na zdecydowanie zróżnicowane tempo zmian parametrów powietrza wewnętrznego do opisu zachodzących zależności wytypowano model *DAEs*. Model ten zwracał wynik szybciej niż w przypadku rozpatrywanego modelu *ODEs*.

W oparciu o zadowalające rezultaty zauważono, że predykcja przebiegu szeregów czasowych parametrów powietrza wewnętrznego przy użyciu otrzymanego modelu równań różniczkowo-algebraicznych stanowi bardzo obiecujące zagadnienie. Z praktycznego punktu widzenia zagadnienie to jest niezwykle ważne, gdyż dysponując przebiegiem predykcji sygnału możliwe będzie dostosowanie reakcji odpowiednich jednostek układu automatycznej regulacji tak, by zużycie energii pobieranej przez te urządzenia ograniczyć do niezbędnego minimum.

Badania finansowane były ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2012/07/B/ST8/03031.

LITERATURA

- [1] BIEGLER L.T., *Nonlinear programming. Concepts, Algorithms, and Applications to Chemical Processes*, SIAM, Philadelphia 2010.
- [2] BRENAN K.E., CAMPBELL S.L., PETZOLD L.R., *Numerical Solution of Initial-Value Problems in Differential-Algebraic Equations*, SIAM, Philadelphia 1996.
- [3] BROWN S.K., *Indoor air quality*, Central Queensland University Publishing Unit, Canberra 1997, 26–27.
- [4] CZEMPLIK A., *Modele dynamiki układów fizycznych dla inżynierów*, WNT, Warszawa 2008.
- [5] DRĄG P., STYCZEŃ K., *A two-step approach for optimal control of kinetic batch reactor with electroneutrality condition*, *Przegląd Elektrotechniczny*, 2012, 6, 176–180.
- [6] DRĄG P., STYCZEŃ K., *Parallel simultaneous approach for optimal control of DAE systems*, *Proceedings of the Federated Conference on Computer Science and Information Systems*, 2012, 517–523.
- [7] GEAR C.W., *The simultaneous numerical solution of differential-algebraic equations*, *IEEE Transactions on Circuit Theory*, CT-18 1971, 89–95.
- [8] JANCZURA J., MACIEJEWSKA M., SZCZUREK A., WYŁOMAŃSKA A., *Stochastic Modeling of Indoor Air Temperature*, *Journal of Statistical Physics*, 2013, Vol 152, 979–994.
- [9] MA Y., RICHTER S., BORRELLI F., *DMPC for Building Temperature Regulation*, [w:] *Control and Optimization with Differential-Algebraic Constraints*, pod red. BIEGLER L.T., CAMPBELL S.L., MEHRMANN V., SIAM, Philadelphia 2012, 293–313.
- [10] MACIEJEWSKA M., SZCZUREK A., *Representativeness of shorter measurement sessions in long-term indoor air monitoring*, *Environmental Science: Processes and Impacts*, 2015, Vol. 17, 381–338.
- [11] SZCZUREK A., MACIEJEWSKA M., TEURELA M.A., WYŁOMAŃSKA A., *Method to characterize collective impact of factors on indoor air*, *Physica. A*, 2015, Vol. 420, 190–199.
- [12] ZABIEGAŁA B., *Jakość powietrza wewnętrznego – lotne związki organiczne jako wskaźniki jakości powietrza wewnętrznego*, [w:] *Problemy jakości powietrza wewnętrznego w Polsce 2003*, pod red. Jędrzejewskiej-Ścibiak T. oraz Sowy J., Wydawnictwa Instytutu Ogrzewnictwa i Wentylacji Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2004, 303–315.

DAE_S METHOD FOR TIME-VARYING INDOOR AIR PARAMETERS EVALUATION

This paper concerns time series analysis of indoor air parameters, such as temperature, carbon dioxide concentration and relative humidity. As the time series quantifying methods differential and differential algebraic models were used. Because of strongly varied changes rate of indoor air parameters, differential-algebraic model (DAEs) was chosen to describe occurring dependencies. The promising future application area for presented DAEs model is indoor air parameters prediction, used in the automatic control systems.